Задачі на: ПОДІЛЬНІСТЬ І ОСТАЧІ  
**1.Доведіть, що добуток трьох послідовних натуральних чисел ділить­ся на 6.***Розв'язання*  
Серед трьох послідовних натуральних чисел одне ділиться на 3 і при­наймні одне парне. Оскільки числа 2 і 3 взаємно прості, то добуток трьох послідовних натуральних чисел ділиться на 2 ∙ 3 = 6.  
**2.Дано *р —*просте число. Скільки існує натуральних чисел: а) менших за  
*р*і взаємно простих з ним; б) менших за *p*2 і взаємно простих з ним?**  
*Розв'язання*  
а) Оскільки число *р*має тільки два дільники: 1 і *р,*то кожне натуральне  
число має тільки один спільний дільник із числом *р —*це число 1. Отже,  
всі числа, менші від *р,*взаємно прості з *р,*тому таких чисел *р*– 1*.*  
б) Кожне число, менше за *р*2і не, кратне *р,*не може мати з числом *р*2інших спільних дільників, крім 1. Тому чисел, менших за *р*2і взаємно  
простих з ним, має бути *р*2*–*1 – (*p*– 1)*= p*2*– р.*(Тут *р*– 1— кількість чисел,  
кратних *р*і менших від *р*2.)

**3.Чи може число, в десятковому записі якого використано 100 оди­ниць, 100 двійок, а решта цифр — нулі, бути точним квадратом?**

*Розв'язання*  
Ні, не може, бо сума цифр цього числа дорівнює 300. Отже, воно діли­тися на 3. Тоді, щоб число було точним квадратом, воно повинно ділитися і на 9, але на 9 воно не ділиться.

**4.Чи можна всі двоцифрові числа від 32 до 86 включно виписати у пев­ному порядку одне за одним так, щоб дістати запис простого числа?**

*Розв'язання*  
В якому б порядку не були записані дані числа, сума цифр, що стояти­муть на непарних місцях, дорівнюватиме 300. Сума ж цифр, які стоятимуть на парних місцях, дорівнюватиме 245. Різниця 300 – 245 = 55 ділиться на 11. Тому дістанемо число, яке ділиться на 11, яке не є простим.

**5.Відомо, що 56*а* *=*65*b,*причому дій — натуральні числа. Доведіть, що *а+b —*складене число.**

*Розв'язання*  
65*(a + b) =*65*a +*65*b =*65*a +*56*a =*121*a.*  
Оскільки, 65 і 121 — взаємно прості числа, то *а + b*ділиться на 121. Але 121 — складене число. Тому і *а +b*складене.

Важливі теоретичні відомості  
*Сума двох довільних натуральних чисел і сума їх остач при діленні на деяке натуральне число дають однакові остачі.*

*Добуток двох довільних натуральних чисел і добуток їх остач при діленні на деяке натуральне число дають однакові остачі.*

**6.Знайдіть остачі від ділення: а) 2003∙2004∙2005+20043 на 7; б) 9100 на 8.**  
*Розв'язання*  
а) При діленні на 7 число 2003 дає в остачі 1; 2004 — дає в остачі 2;  
2005 — дає в остачі 3. Тому даний вираз при діленні на 7 дасть таку саму  
остачу,які1∙2∙3+23 = 14, тобто 0.  
б) При діленні 9 на 8 маємо в остачі 1. Але 1100 = 1. Тому остача від  
ділення 9100на 8 дорівнює 1.